Déterminer les points communs à (C) et D_1 d'une part, à (C) et D_2 d'autre part. Préciser les tangentes à (C) à ces points.

3°/

a) Etudier la parité de f.

b) Interpréter géométriquement ce résultat.

4°/

a) Calculer $f(x+2\pi)$ en fonction de $f(x)$

b) Par quelle transformation géométrique passe-t-on de la partie représentant la restriction de à $[-\pi+2k\pi\ ,\ \pi+2k\pi]$? ($k \in \mathbb{Z}$)

B)

1°/ Montrer que f admet une application réciproque g.

2°/ Démontrer $g(0)$, $g(2\pi)$ et $g(4k\pi)$ ($k \in \mathbb{Z}$).

3°/

a) Préciser le domaine de dérivabilité de g

b) Que vaut $g'(0)$ et $g'(2\pi)$.

4°/ Montrer que l'équation $2x - \sin x = m$ admet une solution unique x_m.

On notera α la solution de l'équation $2x - \sin x = 4$.

C)

1°/ Soit $\varnothing : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{2}(4 + \sin x)$

a) Montrer que l'équation $f(x) = 4$ est équivalnte à $\varnothing(x) = x$

b) Montrer que $\forall x \in , |\varnothing'(x)| \leq \frac{1}{2}$

2°/ Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$U_0 \in \mathbb{R}$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = \varnothing(U_n)$

a) Prouver que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$

b) Montrer que $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers un réel que l'on précisera.